N. WALDSTEIN

Zur Frage der

Bewertung der einzelnen Partieergebnisse

im Schach-Turnierspiel

Zur Frage der Bewertung der einzelnen Partieergebnisse im Schach-Turnierspiel.

Das Kriterium, nach dem die resultierende Rangordnung eines Turniers aufzustellen ist, sind die Spielstärken, die die Teilnehmer, durch ihre individuellen Partieergebnisse, offenbart haben. Bei dem gegenwärtig üblichen System werden bekanntlich den Spielern, in der Turniertabelle, für ihre einzelnen Partieergebnisse Punkte (1, $1/2$ oder 0) eingetragen und ihre individuellen Punktsummen als Ausdruck ihrer im Turnier gezeigten Spielstärken aufgefaßt. Dieses System wurde aus der im Matchspiel bereits vorher angewandten Zählmethode abgeleitet.

Sein konventioneller Charakter tritt in Fällen hervor, in denen zwei oder mehr Spieler gleiche Punktsummen erzielen. Gemäß dem Prinzip des Punktsummensystems, müßten solche Spieler, in der resultierenden Rangordnung, ex aequo gemeinsame Plätze erhalten. Doch ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß zwei, geschweige denn mehrere Teilnehmer sich hinsichtlich ihrer Spielstärken als restlos identisch erweisen können, so gering und die Häufigkeit gleicher individueller Punktsummen so groß, daß man in zahlreichen Turnieren (besonders, wenn es sich um die Spitzenspieler handelt) sich mit gemeinsamen Plätzen nicht zufrieden gibt und, nach dem Turnierspiel, einen Stichkampf zwischen punktsummengleichen Spielern veranstaltet oder ein anderes Mittel anwendet, das ihre Differenzierung ermöglicht.

Damit wird, in Abweichung vom Prinzip des Punktsummensystems, vorausgesetzt, daß den gleichen Punktsummen solcher Spieler verschiedene Spielstärken entsprechen können. Das Unvermögen des Punktsummensystems, diese zu unterscheiden, läßt sich rein äußerlich dadurch erklären, daß das System nur diskontinuierliche, um einen halben Punkt abgestufte Summenwerte kennt. Dadurch werden in gewissen Fällen benachbarte Stärken der Spieler, notgedrungen und nur angenähert, durch einen gleichen Stufenwert ausgedrückt, während die ihnen entsprechenden echten Werte, voneinander gesondert, zwischen der nächsten, um einen halben Punkt höheren und der um einen halben Punkt niedrigeren Stufe liegen, also Zwischenwerte sind, die das Punktsummensystem nicht wiederzugeben vermag. Mit der nachträglichen Anwendung eines Differenzierungsverfahrens soll festgestellt werden, in welcher Anordnung die wirklichen Spielstärkenwerte der punktsummengleichen Spieler einander folgen.

In diesem Zusammenhang wird folgender logischer Fehler begangen: im Gegensatz zu den kritisch betrachteten, identischen Punktsummen dieser Spieler, werden die Punktsummen der übrigen Turnierteilnehmer als richtiger Ausdruck ihrer Spielstärken vorausgesetzt, — ohne zu berücksichtigen, daß möglicherweise und wahrscheinlich auch ihnen der gleiche Präzisionsmangel anhaftet: daß die entsprechenden wirklichen Werte der übrigen Spieler ebenfalls größer oder kleiner als die Stufenwerte sein können, so daß unter Umständen ein kleinerer reeller Wert eines Spieler einen größeren reellen Wert seines (ihm nach Punkten dicht folgenden) Nachbars unterschreiten kann, wonach diese beiden Spieler ihre Plätze in der Rangordnung zu tauschen hätten.

Wird also eine nachträgliche Differenzierung punktsummengleicher Spieler für zulässig erachtet (womit implizite das Prinzip der Gleichwertigkeit ihrer und aller Punkteinheiten verneint wird), so wird damit zugleich die Richtigkeit der nach Punktsummen bestimmten Plätze aller Spieler in Frage gestellt und das Punktsummensystem unanwendbar. Folglich bleibt im Rahmen dieses Systems nichts anderes übrig, als sämtliche Plätze nur nach den individuellen Punktsummen zu bestimmen und konventionsgemäß punktsummengleiche Spieler als Spieler zu erklären, die im Turnier gleiche Spielstärke offenbart haben.

Legt man (wie es in manchen Turnieren der Fall ist) auf eine richtige Bestimmung **aller** Plätze kein Gewicht, beschränkt sich z. B. das Ziel eines Turniers darauf, einen **einzigen Sieger** hervorzubringen oder eine bestimmte Anzahl stärkster Spieler zu ermitteln, so kann eine nachträgliche Differenzierung an der Spitze stehender Spieler dann akzeptert werden, wenn diese sich durch ihre Punktsummen weit von den übrigen Spielern distanziert haben. Anderenfalls bietet sich nur ein Ausweg aus der Schwierigkeit: denjenigen oder diejenigen Spieler, die sich ihrer Punktsumme nach wenig von den Spitzenspielern unterscheiden, in die Spitzengruppe, als Anwärter auf den ersten oder die ersten Plätze einzuschließen und danach eine weitere Entscheidung durch einen zusätzlichen Wettkampf zwischen den Teilnehmern der so erweiterten Spitzengruppe oder durch eine auf sie alle einheitlich angewandte andere Methode herbeizuführen. In solch einem Falle reduziert sich das nach dem Punktsummensystem durchgeführte Turnier auf ein Mittel, eine Vorwahl zu treffen.

Auch in den Fällen, in denen sich keine gleichen Punktsummen ergeben, muß mit einem Präzisionsmangel des Punktsummensystems und fehlerhaft bestimmten Rangordnungen gerechnet werden. Die Zweifel an der Richtigkeit der sich ergebenden Resultate verdienen insbesondere dann Beachtung, wenn es sich darum handelt, den zu ermittelnden Sieger, bzw. die stärksten Spieler des Turniers zu einem Wettkampf höheren Niveaus zu delegieren.

Vor ungefähr einem Jahrhundert wurde der Gedanke ausgesprochen, daß es grundsätzlich falsch und Ursache aller Unzulänglichkeiten des Punktsummensystems sei, gleichen Partieergebnissen gegen Spieler verschiedener Stärken ununterschiedlich dasselbe Gewicht beizumessen. Vielmehr müsse, bei jedem einzelnen Partieergebnis eines Spielers, der Qualität seines jeweiligen Gegners Rechnung getragen werden: je größer die jeweilige gegnerische Spielstärke (gemäß dem Endresultat des Turniers) ist, desto höher oder weniger hoch sei das betreffende Partieergebnis zu bewerten und ihm anzurechnen; die im Turnier offenbarten Stärken der Spieler werden nicht durch die Summen ihrer individuellen Partiepunkte, sondern nur durch die Summen ihrer **bewerteten** Partiepunkte richtig ausgedrückt.

Es wurde also damals angeregt, die Fiktion der Gleichwertigkeit der Punkteinheiten zu revidieren und das reine Quantitätsprinzip des Punktsummensystems durch ein Qualitätsprinzip zu ergänzen.

Für die praktische Realisierung dieses Gedankens wurden nach und nach verschiedene Bewertungssysteme aufgestellt. Von ihnen haben nur die drei nachstehend behandelten Systeme die Zeit überlebt.

---

1. Der Schöpfer des ersten Bewertungssystems war Dr. jur. Oskar Gelbfuß in Wien. Seine Idee bestand darin, die einzelnen Partiepunkte der Spieler **proportional** der im Turnier offenbarten Spielstärke des jeweiligen Gegners zu bewerten. Das von ihm im Jahre 1873 vorgeschlagene Verfahren bestand darin, die einzelnen Partiepunkte jedes Spielers mit der Punktsumme seines jeweiligen Gegners zu multiplizieren und danach für jeden Spieler die Summe seiner so gebildeten Produkte als Kennziffern auszuwerfen. Die individuellen Kennziffern der Turnierteilnehmer bestimmen ihren Platz in der Rangordnung.

Nachfolgendes einfaches Beispiel eines Rundenturniers dient dazu, den Bewertungsvorgang nach dem System Gelbfuß und anschließend den Bewertungsvorgang nach anderen Systemen zu erläutern: 6 Teilnehmer A bis F haben alle miteinander je eine Partie gespielt und die individuellen Punktsummen p gleich a, b, c usw. erzielt; die Summe der Partiepunkte aller Spieler zusammen ist gleich 15. In der Kolonne rechts der hier folgenden Turniertabelle ist, für später anzustellende Vergleiche, als Quotient, der Anteil errechnet, den jeder Spieler an dieser Gesamtsumme hat:

Tabelle 1: Turniertabelle

	A	B	C	D	E	F	indiv. Punktsumme p	Rangord.	Quotient p/P
A:	—	0	1	1	1	1	a = 4	I	4/15 = 0,267
B:	1	—	1	1	0	$^1/_2$	b = $3^1/_2$	II	3,5/15 = 0,233
C:	0	0	—	1	1	$^1/_2$	c = $2^1/_2$	III	2,5/15 = 0,167
D:	0	0	0	—	1	1	d = 2	IV	2/15 = 0,133
E:	0	1	0	0	—	$^1/_2$	e = $1^1/_2$	V/VI	1,5/15 = 0,100
F:	0	$^1/_2$	$^1/_2$	0	$^1/_2$	—	f = $1^1/_2$	V/VI	1,5/15 = 0,100
						Summe:	P = 15		1,000

Nach dem System Gelbfuß erhalten die Spieler dieses Turniers die in Tabelle 2 (S. 16) wiedergegebenen Einzelprodukte und Kennziffern. Diesen Kennziffern entsprechend, ergibt es sich in diesem Falle, daß dem Spieler A, obschon er die höchste Punktsumme erzielt hat, nur der II. Platz hinter B zukommt. Auch der Spieler D rückt in der Rangordnung, trotz seines Vorsprungs von einem halben Punkt, hinter den Spieler F. Und die Spieler C und E, die um einen ganzen Punkt voneinander differieren, ergeben sich nach dem System Gelbfuß als in diesem Turnier gleichstarke Mittelspieler.

Der I. Platz für B läßt sich erklären: er hat als Einziger eine besonders wichtige Partie, — die gegen den starken, allen übrigen Gegnern überlegenen Spieler A, — gewonnen. Die Richtigkeit der anderen Plätze ist weniger verständlich.

Gelbfuß' grundlegende Idee fand große Beachtung. Dagegen erweckte das von ihm vorgeschlagene Berechnungssystem bald Bedenken und wurde schließlich sehr kritisiert, da es in zahlreichen Fällen Rangordnungen ergab, die den offensichtlichen Kräfteverhältnissen nicht entsprachen. Die später entdeckte Ursache dieses Versagens wird im Abschnitt **2** behandelt.

In der Absicht, das Gelbfußsche System zu verbessern, veröffentlichten W. Sonneborn in London im Jahre 1886 (Chess Monthly, Vol. 7, S. 165) und von ihm unabhängig Johann N. Berger in Graz im Jahre 1887 (Deutsche Schachzeitung, S. 33) eine andere Bewertungsmethode. Da letzterer sich intensiv, durch zahlreiche Veröffentlichungen für ihre Anwendung einsetzte, erhielt diese Methode später den Namen: System Sonneborn-Berger.

(Hier sei eingeschaltet, daß mit diesem Namen heute an manchen Stellen irrtümlicherweise das System Gelbfuß bezeichnet wird, so daß bei der Lektüre neuzeitlicher Veröffentlichungen in dieser Hinsicht einige Vorsicht geboten ist.)

Nach Sonneborn und Berger sind die einzelnen Partiepunkte jeweils mit der Summe der Punktsummen **beider** Partner einer Partie zu multiplizieren. So würde z. B. im genannten Turnier die Kennziffer des Spielers C sich wie folgt errechnen:

	A	B	C	D	E	F	Kennziffer = Summe der bewerteten Punkte
C:	0	0	•	$1.(d+c)$	$1.(e+c)$	$\frac{1}{2}.(f+c)$	$(d+e+\frac{1}{2}f) +$ $+ c\,(1+1+\frac{1}{2})$

Diese Doppelbewertung der Partiepunkte läßt sich auf eine einfachere Form reduzieren: in der Kolonne rechts ist der erste Klammerausdruck gleich der Summe der nach dem System Gelbfuß bewerteten Punkte von C (vergl. Tab. 2) und der zweite Klammerausdruck stellt seine eigene Punktsumme c dar (vgl. Tab. 1). Demnach ist die Kennziffer von C nach dem System Sonneborn-Berger gleich seiner Kennziffer nach dem System Gelbfuß + dem Quadrat c. (c) seiner eigenen Punktsumme. Das analoge gilt auch für die anderen Spieler. Man erhält folgende Tabelle:

Tabelle 3: Bewertung nach dem System Sonneborn-Berger

	Kennziffer nach Gelbfuß		Quadrate der eigenen Punktsummen		Kennziffer nach Sonneborn-Berger	Rangordng.
A:	$7^1/_2$	+	$(4)^2$	=	$23^1/_2$	I
B:	$9^1/_4$	+	$(3^1/_2)^2$	=	$21^1/_2$	II
C:	$4^1/_4$	+	$(2^1/_2)^2$	=	$10^1/_2$	III
D:	3	+	$(2)^2$	=	7	IV
E:	$4^1/_4$	+	$(1^1/_2)^2$	=	$6^1/_2$	V
F:	$3^3/_4$	+	$(1^1/_2)^2$	=	6	VI

Durch Hinzufügung der genannten Quadrate wird im vorliegenden Beispiel, wie in der überwiegenden Anzahl von Fällen überhaupt, die nach dem System Gelbfuß bestimmte Rangordnung fast vollständig auf die Rangordnung zurückgeführt, die sich nach dem üblichen Punktsummensystem ergibt; doch erhalten dabei punktsummengleiche Spieler, wie hier E und F, meistens gesonderte Plätze.

Der Umstand, daß die Doppelbewertung nach dem System Sonneborn-Berger eine Differenzierung von ex-aequo-Spielern ermöglicht, im übrigen aber die hergebrachte Vorstellung von der Richtigkeit der Punktsummen-Rangordnung weitgehend schont, sicherte diesem System eine lange Laufbahn. Sonderbarerweise störte es nur wenige, daß die Bewertung auch mit den eigenen Punktsummen des betreffenden Spielers unverständlich ist und daß bei Remispartien beiden Partnern definitionsgemäß gleiche Werte gutgeschrieben werden, d. h. einer Verschiedenheit ihrer Spielstärken nicht Rechnung getragen wird, — obschon dieses im offenen Widerspruch zur Bewertungsidee steht.

Schon nach wenigen Jahren hatte Sonneborn sich von der Unvollkommenheit seines Systems überzeugt (vgl. Dr. W. Ahrens, Wiener Schachzeitung, Okt./Nov. 1901, S. 186). Trozt dieses Urteils von so maßgebender Seite wurde das System Sonneborn-Berger, als Kompromiß zwischen dem Punktsummensystem und dem System Gelbfuß, weiter angewandt.

Ein drittes bekanntes System wurde im Jahre 1932 von Bruno Buchholz in Magdeburg erfunden. Die Anwendungsregel lautet:

Jedem Spieler wird für jede seiner Partien, ganz gleich ob sie für ihn mit Gewinn, Remis oder Verlust ausgegangen sind, das Produkt der Multiplikation seiner eigenen Punkt**summe** mit der Punktsumme seines jeweiligen Gegners gutgeschrieben; die Summe dieser Produkte stellt seine individuelle Kennziffer dar, die seinen Platz in der Rangordnung bestimmt.

So sieht im Beispiel des Rundenturniers nach Tab. 1 die Berechnung nach Buchholz wie folgt aus:

	A	B	C	D	E	F	Summe der Produkte = Kennziffer
A:	—	a.b	a.c	a.d	a.e	a.f	a (b+c+d+e+f)
B:	b.a	—	b.c	b.d	b.e	b.f	b (a+c+d+e+f)

und in analoger Weise für die anderen Spieler.

Buchholz hat die Anwendung seines Systems nur für Turniere nach dem Schweizer System im Auge gehabt und, in seinem Artikel im Ranneforth's Schachkalender 1933, eine Anwendung bei Rundenturnieren als zwecklos bezeichnet. Diese sonderbar anmutende Einschränkung sei hier ergründet:

Die Summe der Punkte aller Spieler zusammen, die in der Tab. 1 mit P bezeichnet wurde und die stets der Anzahl der im Turnier gespielten Partien gleich ist, ist für jedes Turnier eine von den Einzelergebnissen unabhängige Konstante. Da jeder der obenstehenden Klammerausdrücke alle individuellen Punktsummen, mit Ausnahme der Punktsumme des betreffenden Spielers enthält, können die Klammerausdrücke durch $(P-a)$, $(P-b)$ usw. ersetzt werden, wodurch die Kennziffern die Form

A: $a(P-a)$

B: $b(P-b)$

usw.

annehmen. Es fällt auf, daß diese Kennziffern einzig aus der Turnierkonstanten P und der individuellen Punktsumme des betreffenden Spielers errechnet werden können und daß die vorstehenden Ausdrücke **kein** Element enthalten, das auf die Punktsummen oder die Spielstärken der jeweiligen Gegner bezug hat. Das bedeutet, daß die Verschiedenheit der gegnerischen Spielstärken ohne Einfluß auf die Größe der individuellen Kennziffern ist!

Der sich daraus ergebende Schluß ist, daß das System Buchholz überhaupt kein Bewertungssystem ist. Die vorzunehmenden Multiplikationen mit den einzelnen Punktsummen der Gegner täuschen nur ein Bewertungssystem vor.

Und tatsächlich ist bei Rundenturnieren die nach der Buchholzschen Methode errechnete Rangordnung mit der Rangordnung nach dem üblichen Punktsummensystem stets restlos identisch:

Ist $a(P-a) = a(b+c+d+e+f)$ größer, gleich oder kleiner als $b(P-b) = b(a+c+d+e+f)$, so ist $ab+a(c+d+e+f)$ $\gtreqless$ $ab+b(c+d+e+f)$ und nach Kürzung: $a \gtreqless b$.

Wie erklärt es sich aber, daß solch eine Identität der Rangordnungen bei Turnieren nach dem Schweizer System nicht eintritt? Als Beispiel diene die im Abschnitt **4** gebrachte Tab. 6, der die folgenden Partieergebnisse des Spielers A entnommen sind:

	A	B	C	D	E	F	Punktsumme
A:	•	—	1	0	1	—	a = 2

Werden wiederum die individuellen Punktsummen der Spieler resp. mit a, b, c usw. und ihre Summe mit P bezeichnet, so ist gemäß dem Buchholzschen Prinzip die Kennziffer von A gleich: $a(c+d+e) = a(P-a-b-f) = a(P-a)-a(b+f)$, wobei b und f die Punktsummen derjenigen Teilnehmer sind, mit denen A nicht zu spielen hatte. Das analoge gilt für die anderen Spieler. Zusammengestellt erhält man folgendes Bild der Kennziffern:

A: a(P—a) — a.(Summe der Punkte der nicht begegneten Spieler)

B: b(P—b) — b.(Summe der Punkte der nicht begegneten Spieler)

C: c(P—c) — c.(Summe der Punkte der nicht begegneten Spieler)

usw.

Wie bereits erwähnt, entspricht der linken Kolonne obiger Zusammenstellung eine Rangordnung, die mit der nach Punktsummen bestimmten Rangordnung stets identisch ist. Die nach dem Buchholzschen System sich ergebenden Abweichungen von dieser Rangordnung werden, wie man sieht, durch die Ausdrücke der rechten Kolonne hervorgerufen. Diese Ausdrücke enthalten ebenfalls **kein** Element, das auf die Gegner des betreffenden Spielers bezug hat. Mehr als das: die Größe der Abweichungen ist von den Punktsummen derjenigen Spieler abhängig, mit denen er seine Kräfte **nicht** gemessen hat. Mit anderen Worten: entscheidend für die Abweichungen von der Punktsummen-Rangordnung sind die Lücken der Turniertabelle!

Wie also der hier bloßgelegte Mechanismus des Buchholzschen Systems ersehen läßt, ist dieses System (im Sinne der eingangs dargelegten Bewertungsidee) keine Bewertungsmethode. Es hat lediglich in formaler Hinsicht (Multiplikation mit Punkten) eine rein äußerliche Ähnlichkeit mit einer Bewertung der einzelnen Partieresultate. In Wirklichkeit suchte Buchholz nur nach einem Ausgleich dafür, daß bei Turnieren nach dem Schweizer System die einzelnen Teilnehmer gegen verschiedene Gruppen spielen. Anstatt dabei in verfeinernder Weise eine Unterscheidung zwischen den Spielstärken der einzelnen Gegner anzustreben, führte er in vergröbernder Weise einen Begriff von Gruppen-Spielstärken ein. Zu welch widersinnigen Ergebnissen die Anwendung des Buchholzschen Systems führen kann, läßt sich direkt an folgenden einfachen Beispielen ersehen:

Zwei Spieler (eines Turniers nach dem Schweizer System) haben miteinander Remis gemacht und alle ihre anderen Partien verloren; dann erhält nach Buchholz derjenige von ihnen einen höheren Platz in der Rangordnung, der das Glück hatte, seine Nullen gegen stärkere Spieler einholen zu können, als es seinem Rivalen beschieden war! Oder: haben zwei Spieler als Gegner Gruppen gehabt, die mit gleichen Gesamtpunkten abgeschlossen haben, und haben diese beiden Spieler dabei dasselbe Summenresultat erzielt, so gelten sie nach Buchholz als gleichstarke Spieler, auch dann (und das ist gewöhnlich der Fall), wenn die Stärken der punktsummengleichen Gegnergruppen, gemäß der durchgeführten Buchholzschen Berechnung, als verschieden anzusehen sind; u.s.f.

Der Widersinn solcher Ergebnisse charakterisiert den Wert des Systems. Leider lassen sich in weniger einfachen Fällen derartige Widersprüche nicht so leicht erkennen, und so wurde und wird noch heute durch Anwendung der Buchholzschen Methode manches ungerechte Turnier-Urteil gefällt.

Weiteres hierzu folgt in Abschnitt **4.**

---

2. Der Bewertungsgedanke basiert bekanntlich auf dem Postultat, daß die individuellen Punktsummen der Spieler ihre Stärke nicht richtig wiedergeben. Damit wird die Notwendigkeit begründet, die einzelnen Partiepunkte zu bewerten.

Doch enthalten sämtliche Systeme, mit denen die Bewertungsidee realisiert werden sollte, einen grundlegenden Fehler: bereits im Jahre 1895 wies Dr. Edmund Landau in einem im Deutschen Wochenschach Nr. 42, S. 366, erschienenen Artikel darauf hin,

a) daß ein Bewertungssystem nur dann richtig sein kann, wenn die individuellen gegnerischen Größen, mit denen die Bewertung der einzelnen Partiepunkte vorgenommen wird, sich zueinander so verhalten, wie die aus der Bewertungsrechnung sich ergebenden Kennziffern, die ja die individuellen Spielstärken ausdrücken sollen;

b) daß dieses bei keinem der (damals bekannten) Bewertungssysteme der Fall ist.

So wird z. B. nach dem System Gelbfuß die Bewertung durch Multiplikation der einzelnen Partiepunkte mit gegnerischen **Punktsummen** vorgenommen, obschon voraussetzungsgemäß die individuellen Punktsummen sich zueinander **nicht** wie die individuellen Spielstärken verhalten. Die grundlegende Idee von Gelbfuß: Bewertung proportional den gegnerischen **Spielstärken** wird folglich mit seinem System nicht verwirklicht. Darin liegt die Ursache dafür, daß sein System falsche Resultate liefert.

Dieser Fehler läßt sich nicht ohne weiteres beheben. Die Schwierigkeit besteht darin, daß die im Turnier offenbarten gegnerischen Spielstärken von vornherein unbekannt sind und erst durch das Bewertungsverfahren ermittelt werden sollen.

Als Ausweg aus diesem circulus vitiosus hat Dr. Landau in seinem Artikel vorgeschlagen, die Spielstärken der n

Turnierteilnehmer zunächst als algebraische Unbekannte in Rechnung zu setzen und mit ihnen, entsprechend dem Bewertungssystem, n Gleichungen aufzustellen, die sich auf lineare Gleichungen reduzieren lassen und leicht lösbar sind.

Letzteres ist jedoch in Wirklichkeit nicht der Fall. Seine Methode führt vielmehr zu unlösbaren Exponentialgleichungen höheren Grades: es ist Dr. Landau entgangen, daß, in dem von ihm in seinem Artikel angeführten, sehr einfachen Beispiel eines Turniers mit nur 3 Teilnehmern, er bereits zu einer kubischen Gleichung gelangt und daß die Potenzen umso höher werden, je größer die Anzahl der Turnierteilnehmer ist. Die algebraische Methode ist deshalb praktisch nicht verwendbar.

Indessen läßt sich dieses anscheinend schwierige Problem in verhältnismäßig einfacher Weise bewältigen Es handelt sich darum, einerseits die im Turnier offenbarten Spielstärken nicht durch absolute Größen (Kennziffern), sondern durch Verhältniszahlen auszudrücken, die den Größenbeziehungen der Spielstärken zueinander entsprechen, und andererseits, für die zahlenmäßige Bestimmung dieser Verhältniszahlen, die bekannte Methode der fortgesetzten Annäherung anzuwenden.

Das Verfahren besteht darin, in einer ersten Operation die einzelnen Partiepunkte der Turniertabelle (vgl. Tab. 1), in gleicher Weise wie es beim System Gelbfuß geschieht, mit der Punktsumme des jeweiligen Gegners zu multiplizieren und für jeden Spieler, durch Addition der Produkte, die Kennziffer s_1 zu bestimmen (vgl. s_1 in der Tab. 2); dann in einer zweiten Operation, die einzelnen Partiepunkte der Turniertabelle aufs neue zu bewerten, aber diesmal nicht mit der Punktsumme, sondern mit der in der ersten Operation erhaltenen Kennziffer s_1 des jeweiligen Gegners (vgl. Tabelle 4). Durch diese zweite Operation erhält man für jeden Spieler eine neue Kennziffer s_2.

Tabelle 2: Bewertungstabelle nach dem System Gelbfuß

	A	B	C	D	E	F	Kennziffer s_1 = Summe der bewerteten Punkte	result. Rangordnung	Quotient s_1/S_1
A:	—	0	1.2½	1.2	1.1½	1.1½	7½	II	7,5 /32 = 0,234
B:	1.4	—	1.2½	1.2	0	½.1½	9¼	I	9,25/32 = 0,289
C:	0	0	—	1.2	1.1½	½.1½	4¼	III/IV	4,25/32 = 0,133
D:	0	0	0	—	1.1½	1.1½	3	VI	3/32 = 0,094
E:	0	1.3½	0	0	—	½.1½	4¼	III/IV	4,25/32 = 0,133
F:	0	½.3½	½.2½	0	½.1½	—	3¾	V	3,75/32 = 0,177
							Summe: S_1 = 32		1,000

Tabelle 4: Beispiel der 2. Operation

	A	B	C	D	E	F	Kennz. s_2 = Summe der bewert. Punkte	Quotient s_2/S_2
A:	●	0	1.4¼	1.3	1.4¼	1.3¾	15,250	15, 25/69 = 0,221
B:	1.7½	●	1.4¼	1.3	0	½.3¾	16,625	16,625/69 = 0,241
C:	0	0	●	1.3	1.4¼	½.3¾	9,125	9,125/69 = 0,132
D:	0	0	0	●	1.4¼	1.3¾	8	8/69 = 0,116
E:	0	1.9¼	0	0	●	½.3¾	11,125	11,125/69 = 0,161
F:	0	½.9¼	½.4¼	0	½.4¼	●	8,875	8,875/69 = 0,129
							Summe: S_2 = 69	1,000

In analoger Weise ist dann, in einer dritten Operation, eine Bewertung der Partiepunkte der Turniertabelle mit den in der vorangegangenen Operation erhaltenen Kennziffern s_2 durchzuführen, und so fort. Von einer Operation zur anderen fortschreitend, entwickeln sich die individuellen Quotienten s_1/S_1, s_2/S_2 usw. aller Spieler, — wellenartig, doch abklingend, — Grenzwerten entgegen. Das heißt: von einer gewissen Operation ab ergeben die individuellen s/S-Werte, die man in der vorangegangenen Operation als Ergebnis erhalten hat und in die nächste Operation einsetzt, als Resultat wieder die gleichen s/S-Werte: sie reproduzieren sich selbst. Damit erfüllen diese Grenzwerte die Forderung, die an Größen zu stellen sind, die die individuellen Spielstärken ausdrücken sollen (vgl. **a** im ersten Teil dieses Abschnittes), und entsprechen der grundlegenden Idee von Gelbfuß.

Diese Grenzwerte der Quotienten s/S seien mit dem Buchstaben **t** bezeichnet und die „individuellen relativen **Turnierleistungen**" der Spieler genannt. Ihrer Form nach stellen sie die Anteile dar, die die Leistungen der einzelnen Spieler an der Summe der Leistungen aller Spieler haben.

Die Summe aller individuellen Turnierleistungen t ist gleich 1. Für den praktischen Gebrauch genügt es, die t-Werte mit einer gewissen Genauigkeitstoleranz zu bestimmen, von der später die Rede sein wird. Weiteres über den Charakter der t-Werte folgt im Abschnitt **5.**

Es wäre (aus im Abschnitt **6** angegebenen Gründen) zu umständlich, hier die komplette Reihe der für das Beispiel nach Tab. 1 vorzunehmenden Operationen wiederzugeben. Nachstehend sind nur die Resultate genannt, die sich für dieses Beispiel errechnen. Sie lauten:

	A	B	C	D	E	F	zus.
Turnierlstg. t: ($\pm$ 0,001)	0,233	0,249	0,142	0,117	0,139	0,120	1,000

Der Beweis dafür, daß diese Werte die obengenannten Bedingungen (mit einer Genauigkeitstoleranz von $\pm$ 0,001) erfüllen, wird durch die in Tabelle 5 durchgeführte Kon-

Tabelle 5: Kontrollrechnung

	Zu prüfende Werte der ermittelt. Turnierleistg. t (±0,001)	A	B	C	D	E	F	s = Summe der bewert. Punkte	sich ergebende Kontrollwerte s/S = t kontr.	Rangordnung
A:	0,233	●	0	1.0,142	1.0,117	1.0,139	1.0,120	0,518	0,2334	II
B:	0,249	1.0,233	●	1.0,142	1.0,117	0	½.0,120	0,552	0,2488	I
C:	0,142	0	0	●	1.0,117	1.0,139	½.0,120	0,316	0,1424	III
D:	0,117	0	0	0	●	1.0,139	1.0,120	0,259	0,1167	VI
E:	0,139	0	1.0,249	0	0	●	½.0,120	0,309	0,1393	IV
F:	0,120	0	½.0,249	½.0,142	0	½.0,139	●	0,265	0,1194	V
								Summe: S = 2,219	1,0000	

Tabelle 7: Kontrollrechnung
(Turnier nach dem Schweizer System)

	Zu prüfende Werte der ermittelt. Turnierleistg. t (±0,001)	A	B	C	D	E	F	s = Summe der bewert. Punkte	sich ergebende Kontrollwerte s/S = t kontr.	Rangordnung
A:	0,200	●	—	1.0,188	0	1.0,099	—	0,287	0,1997	II
B:	0,167	—	●	0	—	1.0,099	1.0,142	0,241	0,1677	IV
C:	0,188	0	1.0,167	●	½.0,204	—	—	0,269	0,1872	III
D:	0,204	1.0,200	—	½.0,188	●	—	0	0,294	0,2046	I
E:	0,099	0	0	—	—	●	1.0,142	0,142	0,0988	VI
F:	0,142	—	0	—	1.0,204	0	●	0,204	0,1420	V
								Summe: S = 1,437	1,0000	

trollrechnung erbracht. Die linke Kolonne enthält dort die vorstehend genannten, zu überprüfenden Werte der Turnierleistungen; anschließend ist mit diesen Größen die Bewertung der einzelnen Partiepunkte durchgeführt; und nach Addition der bewerteten Partiepunkte sind in der vorletzten Kolonne rechts die aus der Division s/S resultierenden Kontrollwerte wiedergegeben. Diese stimmen (in den Grenzen der im Kopf der linken Kolonne angegebenen Genauigkeitstoleranz) mit den zu überprüfenden Werten überein.

Damit ist, für dieses Beispiel, die grundlegende Idee von Gelbfuß nachweislich realisiert. Der Begriff der Turnierleistung bildet das Glied, das die Gedankenkette von Gelbfuß schließt.

Der Abschnitt **6** enthält eine Anleitung für die praktische Anwendung der dargelegten Methode.

---

3. Der beschriebene Rechengang kann mit einem Wiegeprozeß verglichen werden: man denke sich eine Zeigerwaage besonderer Art, die mehrere Zeiger und Wiegeschalen hat und so konstruiert ist, daß letztere alle einander beeinflussen.

Den Ergebnissen der geschilderten einzelnen Operationen entsprechen die während des Wiegeprozesses wechselnden Ausschläge der Schalen und der Zeiger. Nach und nach dämpfen die Schwankungen ab, und das ganze System erreicht schließlich einen Gleichgewichtszustand.

Wie bereits erwähnt, ist die erste Rechenoperation der dargelegten Methode mit einer Bewertung nach dem System Gelbfuß identisch. Bildlich gesprochen werden beim System Gelbfuß die Waageschalen am Ende des ersten Ausschlags festgehalten und das Ergebnis in dieser Stellung, bevor der Gleichgewichtszustand eingetreten ist, abgelesen. Deshalb stellen die Resultate beim System

Gelbfuß nur eine erste, unvollkommene Annäherung dar. Für das Beispiel nach Tab. 1 sind die ermittelten Rangordnungen

	A	B	C	D	E	F
gemäß der Turnierleistung (Tab. 5):	II	I	III	VI	IV	V
nach dem System Gelbfuß (Tab. 2):	II	I	III/IV	VI	III/IV	V

Sie stimmen hinsichtlich der Mittelplätze nicht überein. In einem anderen Beispiel, das im Abschnitt 4 behandelt wird, decken sich nur die drei letzten Plätze, u.s.f.

Beim System Sonneborn-Berger, das die mangelnde Präzision der Gelbfußschen angenäherten Resultate durch Hinzufügung der im Abschnitt 1 erwähnten Quadrate der individuellen Punktsummen korrigieren sollte, wird gewissermaßen eine gleichartige mehrschalige Waage angewandt, bei der jedoch von vornherein die Zeiger im Leerstand der Waage, entsprechend den genannten Quadraten, vorgeschoben sind. Dadurch zeigt die so zubereitete Waage dann Werte an, aus denen sich eine Rangordnung ergibt, die von der Rangordnung nach dem üblichen Punktsummensystem nicht oder nur sehr wenig abweicht. Der Einfluß der gegnerischen Spielstärken wird quasi überdeckt.

---

4. In gleicher Weise wie bei Rundenturnieren können die individuellen Turnierleistungen t auch bei Turnieren nach dem Schweizer System ermittelt werden. Dieses wird anhand eines Beispiels nachgewiesen, das Buchholz (in seinem bereits zitierten, im Engelhardtschen Schachtaschenbuch 1952, S. 286 u.f. nachgedruckten Artikel) gegeben hat:

Tabelle 6: Buchholz' Beispiel eines Turniers nach dem Schweizer System.

	A	B	C	D	E	F	individuelle Punktsummen p
A:	•	—	1	0	1	—	a = 2
B:	—	•	0	—	1	1	b = 2
C:	0	1	•	$^1/_2$	—	—	c = $1^1/_2$
D:	1	—	$^1/_2$	•	—	0	d = $1^1/_2$
E:	0	0	—	—	•	1	e = 1
F:	—	0	—	1	0	•	f = 1
						Gesamtsumme:	P = 9

Die diesem Beispiel entsprechenden Turnierleistungen sind in der linken Kolonne der in Tabelle 7 wiedergegebenen Kontrollrechnung genannt und anschließend in bereits bekannter Weise überprüft. Die sich ergebenden Kontrollwerte in der vorletzten Kolonne bestätigen (im Rahmen der angegebenen Genauigkeitstoleranz) die angesetzten t-Werte. Die letzte Kolonne enthält die resultierende Rangordnung.

Es ist von Interesse, diese Rangordnung mit derjenigen zu vergleichen, die Buchholz für dieses Beispiel in seinem Artikel (unter Berücksichtigung einer von ihm erdachten Toleranz von 10% zugunsten der Plätze, die sich nach dem Punktsummensystem ergeben würden und die hier die Spieler A und C betreffen) errechnet. Der Leser kann letztere, anhand der im Abschnitt 1 angegebenen Buchholzschen Berechnungsmethode, leicht nachrechnen. Einander gegenübergestellt, erhält man folgendes Bild:

	A	B	C	D	E	F
Rangordnung gemäß Turnierleistung (Tab. 7):	II	IV	III	I	VI	V
nach Buchholz:	I	III	II	IV	V	VI

Die beiden Rangordnungen stimmen in keinem Punkt überein und die Gegensätze könnten nicht größer sein, — was nach der im Abschnitt **1** durchgeführten Analyse des Buchholzschen Systems nicht überraschen kann.

Nach dem System Gelbfuß würde sich für dieses Beispiel eines Turniers nach dem Schweizer System folgende Rangordnung ergeben:

A	B	C	D	E	F
III	IV	I/II	I/II	VI	V

Sie weicht in geringerem Maße von der Rangordnung gemäß den Turnierleistungen ab, da sie wenigstens eine erste Annäherung darstellt. Doch sind auch hier die Unterschiede wesentlich.

---

5. In der Regel drückt das Verhältnis zwischen den Werten t der Turnierleistungen zweier Spieler das Verhältnis zwischen ihren Spielstärken aus. Dadurch kann anhand der t-Werte auch die zeitliche **Entwicklung** der Stärke eines zu einer bestimmten Gruppe gehörenden Spielers, relativ zum Durchschnittsniveau dieser Gruppe, verfolgt werden. So kann z. B. aus den t-Werten, die ein Spieler in nacheinander folgenden Landesturnieren erzielt hat, ersehen werden, ob er, innerhalb dieser Gruppe, im Aufstieg oder Abstieg begriffen ist oder stationär bleibt.

Da die Turnierleistungen (gleich große Spielstärke vorausgesetzt) durch umso größere oder kleinere Bruchzahlen wiedergegeben werden, je kleiner oder größer die Anzahl der Turnierteilnehmer ist, so ist es für Vergleichszwecke anschaulicher, die Leistung eines Spielers nicht im Verhältnis zur Summe der Leistungen aller Teilnehmer des betreffenden Turniers auszudrücken, sondern im Verhältnis zu dem gleich 1 gesetzten durchschnittlichen Niveau des Turniers. Diese Größe sei die individuelle **Turnierqualität** des betreffenden Spielers genannt und mit dem Buchstaben T bezeichnet. Die in einem Turnier mit n Teilnehmern offenbarte Turnierqualität ergibt sich aus der Beziehung

$$T = t \cdot n$$

So errechnen sich für das Turnier nach Tab. 1 die individuellen Turnierqualitäten seiner 6 Spieler durch Multiplikation ihrer t-Werte (vgl. Tab. 5) mit 6:

	A	B	C	D	E	F
T =	1,398	1,494	0,852	0,702	0,834	0,720

Ordnet man für jeden Spieler seine innerhalb seiner Gruppe mit der Zeit erzielten T-Werte chronologisch an, so lassen sich die Entwicklungsrichtungen der einzelnen Spieler, relativ zum Durchschnittsniveau dieser Gruppe, direkt ersehen.

Die Größen der verschiedenen, im Turnier offenbarten Turnierqualitäten T der Spieler geben ein anschauliches Bild dafür, wer von den Teilnehmern, und in welchem Maße, über oder unter dem Durchschnittsniveau des Turniers abgeschlossen hat. Die T-Werte eignen sich deshalb, für die Bekanntgabe des Turnierausgangs, besser als die Größen der Turnierleistungen t.
Ein durch T-Werte auszudrückendes Turnierresultat ist geeignet, den Kampfgeist der Spieler anzuspornen, deren Interesse gegen das Ende des Turniers dann nicht nur auf einen erwarteten oder eventuell bereits gesicherten Platz in der Rangordnung gerichtet ist, sondern auch auf die Qualität dieses Platzes.

Ferner gibt das Verhältnis zwischen dem höchsten und dem niedrigsten T-Wert der Teilnehmer Aufschluß über die Homogenität des Turniers.

Dem Verfasser dieser Abhandlung sind nur drei Fälle bekannt, in denen die individuellen Partiepunkte eines, bzw. zweier Spieler zugleich, nicht die Möglichkeit bieten, ihre Spielstärken, gegenüber den Spielstärken ihrer Turnierpartner, genau abzuwägen, und in denen die für diesen bzw. diese Spieler sich ergebenden t-Werte nur als Ordnungszahlen aufzufassen sind, — d. h. als Zahlen, die nur ihren **Platz** in der Rangordnung, im Vergleich zu den Plätzen der übrigen Spieler angeben: a) wenn ein Spieler alle seine Partien gewonnen hat; b) wenn ein Spieler alle seine Partien verloren hat; c) wenn der stärkste Spieler alle Turniergegner, mit Ausnahme des schwächsten besiegt hat und zugleich der schwächste Spieler sich nur gegen den Spitzenspieler behaupten konnte.

a) Für einen Spieler, der sich eindeutig als der stärkste Spieler des Turniers dadurch erwiesen hat, daß er alle seine Partien gewonnen hat, ist es nicht bestimmbar, in welchem **Verhältnis** seine überlegene Spielstärke sich größer als die offenbarten Spielstärken seiner Turnierpartner erwiesen hat: es fehlt an Vergleichsmöglichkeiten, durch die die von ihm offenbarte Spielstärke (wie es normalerweise sonst der Fall ist) zahlenmäßig umgrenzt werden kann. Zwar liefert die Berechnung der Turnierleistungen auch für ihn einen bestimmten t-Wert, doch kann diesem Wert hier, ausnahmsweise, nur der Sinn einer Ordnungszahl beigelegt werden. Es empfiehlt sich in solch einem Fall, im Turnierergebnis, in der Kolonne der t-Werte, anstelle des für ihn sich ergebenden t-Werts, „hors concours" zu setzen. Die Turnierleistungen der übrigen Spieler wären dann nur unter ihnen (ohne die Partien gegen den „hors concours"-Spieler zu berücksichtigen) zu bestimmen; so daß die Summe nur **ihrer** Werte der Turnierleistungen = 1 wird. Die Verhältnisse zwischen ihren so bestimmten t-Werten erfahren dadurch keine Änderung.

b) Ähnlich verhält es sich, wenn ein Spieler alle seine Partien verloren hat: er hat sich ohne Zweifel als der schwächste Spieler erwiesen, doch wäre es nicht richtig, den Nullwert seiner Punktsumme dahin auszulegen, daß er eine **unendlich** kleinere Spielstärke gezeigt hat. Richtiger ist es, für solch einen Spieler im Endergebnis, als t-Wert, einen Strich zu setzen. Auch ist es nicht nötig, seine nichts ändernden Partienullen in der Bewertungsrechnung mitzuschleppen: man kann die gegen ihn gespielten Partien vorher streichen, — wovon die t-Werte der übrigen Spieler nicht berührt werden.

c) Im dritten (in der Wirklichkeit sehr unwahrscheinlichen) genannten Ausnahmefall sind die für diese beiden Spieler sich aus der Rechnung ergebenden t-Werte als Ordnungszahlen verwendbar, doch stellen sie als Verhältniszahlen nur angenäherte Werte dar: auch hier fehlt es an genaueren Vergleichmöglichkeiten in bezug auf die übrigen Spieler.

6. Nachstehend einige technische Hinweise:

Wie bereits erwähnt, sind, bei der Bestimmung der t-Werte, die Bewertungsoperationen so lange zu erneuern, bis die individuellen Quotienten s/S sich nicht mehr ändern. Praktisch ist dabei eine kleine Genauigkeitstoleranz zulässig. Bei Turnieren mit 8 oder mehr Spielern wird die gesuchte Stabilität der s/S-Werte meistens in 4 bis 5 Operationen erreicht. Bei geringerer Anzahl von Spielern (doch finden so kleine Turniere nur selten statt) ist der Rechnungsgang mitunter wesentlich länger. Dieses ist auch der Fall bei dem im Abschnitt **2** behandelten Beispiel eines Turniers mit nur 6 Spielern, — weshalb dort von der Wiedergabe der kompletten Reihe der Bewertungsoperationen abgesehen wurde.

Die Operation, von der ab die individuellen Quotienten so gut wie unverändert bleiben, kann durch folgende Faustregel (auf einfacherem Wege, als durch fortgesetzte Berechnung dieser Quotienten) ermittelt werden: es genügt, nach jeder Operation diejenige Rangordnung der Spieler aufzustellen, die den Kennziffern s der betreffenden Operationen entsprechen würden; hat, von einer Operation zur anderen fortschreitend, sich **drei** mal **hintereinander** die gleiche Rangordnung ergeben, so sind in der Regel die individuellen Quotienten der letzten Operation mit genügender Genauigkeit den Werten der individuellen Turnierleistungen gleich.

Doch ist es in jedem Fall ratsam, diese Werte durch eine Kontrollrechnung (nach dem Schema der Tab. 5) zu überprüfen und dabei festzustellen, daß die Spanne zwischen dem errechneten, zu kontrollierenden t-Wert jedes Spielers (in Tab. 5 linke Kolonne) und dem entsprechenden Kontrollwert (rechte Kolonne) nicht in die analoge Spanne eines anderen Spielers fällt. So genügt es, anhand der Tab. 5 sich davon zu überzeugen, daß die Spanne für den Spieler C (0,142 bis 0,1424) nicht die Spanne (0,139 bis 0,1393) des ihm dicht folgenden Spielers E überschneidet; desgleichen die Spanne des Spielers F (0,120 bis 0,1194) nicht die Spanne des Spielers D (0,117 bis 0,1167) überdeckt usf.

Da die Turnierleistungen durch umso kleinere Werte wiedergegeben werden, je größer die Anzahl der Spieler ist, sind die t-Werte umso genauer auszudrücken, je größer die Teilnehmerzahl ist. Bis zu 12 Spielern genügt es gewöhnlich, die t-Werte mit drei Dezimalstellen zu bestimmen, es sei denn, daß zwei oder mehrere Spieler sich hinsichtlich ihrer Turnierleistungen sehr wenig voneinander unterscheiden.

Eventuell während der Bewertungsoperationen unterlaufende Fehler merzen sich im Laufe der weiteren Rechnung automatisch aus und haben keinen Einfluß auf das endgültige Resultat; nur erhöht sich die Anzahl der erforderlichen Operationen, — so wie es bei einem Wiegeprozeß der Fall ist, wenn man zufällig eine Waageschale angestoßen hat und dann länger warten muß, bis das gesuchte Gleichgewicht eintritt.

Dieser Umstand gestattet es, fortschreitend schnell wachsende Kennziffern s in dem Moment (mit Abrundungen nach oben und nach unten) um die letzte Stelle zu kürzen, in dem sie für alle Spieler größer als 3- oder 4-stellige Zahlen werden.

Aus dem gleichen Grunde könnte man auch die Bewertungen, anstatt mit den gegnerischen Punktsummen p, mit beliebigen Zahlen beginnen. Man erhält trotzdem das gleiche Resultat: die Punkt**summen** spielen bei der Ermittlung der t-Werte keine Rolle, nur die einzelnen Partieergebnisse sind ausschlaggebend. Doch ist es bequemer, die erste Bewertung mit den Punktsummen auszuführen, da sie den zu ermittelnden t-Werten eher näher stehen, als methodenlos frei gewählte Ausgangszahlen.

Um bei den Bewertungsoperationen Multiplikationen mit den Bruchzahlen der Remiszähler zu vermeiden, ist es ratsam, die einzelnen Partiepunkte und die individuellen

Punktsummen vorher zu verdoppeln, so daß für einen Gewinn die Punktzahl 2, für ein Remis die Punktzahl 1 und für einen Verlust 0 gesetzt werden, wodurch sich im Endergebnis nichts ändert.

Hat man eine Rechenmaschine zur Verfügung, so lassen sich Multiplikationen vermeiden: z. B. kann man, bei der Bewertung einer Punktzahl 2, anstatt die betreffende Kennziffer mit 2 zu multiplizieren, diese Kennziffer zweimal einsetzen. Am Ende jeder Bewertungsoperation enthält der Schreibstreifen der Maschine alle individuellen Summen der bewerteten Partiepunkte, die als neue individuellen Kennziffern bereit sind, in die nächste Operation eingesetzt zu werden.

Führt man die Berechnung ohne Hilfe einer Rechenmaschine aus, so ist es rationell, bei den einzelnen Operationen die Bewertung kolonnenweise vorzunehmen, d. h. man bewertet am besten zuerst diejenigen Partiepunkte aller Spieler, die gegen A erzielt worden sind (erste Kolonne), dann die gegen B erzielten (zweite Kolonne) usf. Dadurch operiert man zuerst nur mit der Kennziffer des Gegners A, dann nur mit der des Gegners B usw. Die Rechenarbeit wird dadurch wesentlich vereinfacht.

Auch kann man, wenn man eine gedankliche Umstellung nicht scheut, die (verdoppelte) Turniertabelle gewissermaßen um einen rechten Winkel drehen, so daß die Partiepunkte jedes Spielers nicht (wie üblich) horizontal, sondern vertikal (kolonnenweise) angeordnet sind; dementsprechend auch die Bewertungstabellen. Dadurch lassen sich die bewerteten Partiepunkte jedes Spielers einfach kolonnenweise addieren.

Hat man die Möglichkeit, die zu wiederholenden Operationen mit Hilfe einer elektronisch gesteuerten Rechenmaschine durchzuführen (wobei die erhaltenen individuellen Kennziffern s einer Operation automatisch in die nächste eingesetzt werden), so erübrigt es sich, diejenige Operation zu ermitteln, von der ab die individuellen Quotienten s/S sich nicht mehr ändern (d. h. an ihre Grenzwerte t gelangt sind) und deshalb die Berechnung nicht weiter fortgesetzt werden braucht: die Grenzwerte sind z. B. in 20 Operationen (die nur Sekunden dauern) selbst in den langwierigsten Fällen mit Sicherheit erreicht. Es genügt dann, aus den erhaltenen Kennziffern s einer letzten Operation die endgültigen individuellen Quotienten t zu bestimmen (indem man, wie bereits erwähnt, jeden einzelnen der individuellen s-Werte durch ihre Summe teilt). Das in die Maschine einzusetzende Steuerprogramm ist denkbar einfach.

---

7. In dem für die vorliegenden Erörterungen konstrierten Beispiel nach Tab. 1 ergab es sich, daß gemäß dem Prinzip von Gelbfuß als stärkster Spieler dort nicht der nach seiner Punktsumme an der Spitze stehende zu gelten hat, sondern der nächste, ihm nach Punktsumme dicht folgende Spieler. Dieser außergewöhnliche Fall wurde deshalb zur Illustration der Ausführungen gewählt, weil im allgemeinen Unterschiede (und hier die Unterschiede zwischen den verschiedenen Systemen) sich besonders anschaulich durch auf die Spitze getriebene Beispiele hervorheben lassen. Doch handelt es sich dabei nicht um einen wirklichkeitsfremden Kunstgriff: solch eine, in der Praxis recht seltene Ausnahme ist z. B. beim Pariser Meisterschaftsturnier 1966 (Tab. 8) eingetreten.

Obschon das nachfolgende Ergebnis der Bewertung seiner Turniertabelle denjenigen sonderbar erscheinen mag, die traditionsgemäß an die Richtigkeit der Methode der ununterschiedlichen, einfachen Punktzählung glauben, sei dieser Fall hier für eine Rekapitulierung des praktischen Ermittlungsverfahrens der Turnierleistungen benutzt:

Die Tabelle 9 gibt die erwähnte Turniertabelle (Tab. 8) mit verdoppelten Werten wieder.

Tabelle 8: Tabelle des Pariser Meisterschaftsturniers 1966

	A	B	C	D	E	F	G	H	Punkt-summe
A:	—	0	1	0	1	1	1	1	5
B:	1	—	0	1	$^1/_2$	1	0	1	$4^1/_2$
C:	0	1	—	0	$^1/_2$	1	$^1/_2$	1	4
D.	1	0	1	—	$^1/_2$	$^1/_2$	1	0	4
E.	0	$^1/_2$	$^1/_2$	$^1/_2$	—	$^1/_2$	1	$^1/_2$	$3^1/_2$
F:	0	0	0	$^1/_2$	$^1/_2$	—	1	$^1/_2$	$2^1/_2$
G:	0	1	$^1/_2$	0	0	0	—	1	$2^1/_2$
H:	0	0	0	1	$^1/_2$	$^1/_2$	0	—	2

Tabelle 9: Verdoppelte Turniertabelle

	A	B	C	D	E	F	G	H	p
A:	—	0	2	0	2	2	2	2	10
B:	2	—	0	2	1	2	0	2	9
C:	0	2	—	0	1	2	1	2	8
D:	2	0	2	—	1	1	2	0	8
E:	0	1	1	1	—	1	2	1	7
F:	0	0	0	1	1	—	2	1	5
G:	0	2	1	0	0	0	—	2	5
H:	0	0	0	2	1	1	0	—	4

Die Kennziffern, die sich aus den aufeinander folgenden Bewertungen der Punkte der Tab. 9 ergeben, — zuerst mit den Werten p, dann mit den in der ersten Operation gewonnenen Kennziffern s_1, anschließend mit den in der zweiten Operationen erhaltenen Kennziffern s_2 usf., — sind nachstehend zusammengestellt:

	s_1	s_2	s_3	s_4
A:	58	366	2438	15844
B:	61	390	2504	16340
C:	48	314	2072	13340
D:	58	353	2302	15146
E:	44	292	1896	12304
F:	29	198	1286	8338
G:	34	226	1472	9472
H:	28	189	1196	7786
				$S_4 = 98570$

(Hier wurden der Deutlichkeit halber keine Kürzungen um die letzte Stelle der s_3- und s_4-Werte vorgenommen.)

Diesen s-Werten würden folgende Rangordnungen entsprechen:

A:	III/II	II	II	II
B:	I	I	I	I
C:	IV	IV	IV	IV
D:	II/III	III	III	III
E:	V	V	V	V
F:	VII	VII	VII	VII
G:	VI	VI	VI	VI
H:	VIII	VIII	VIII	VIII

Da sich drei mal hintereinander gleiche Rangordnungen ergeben haben, können die gesuchten Werte der individuellen Turnierleistungen aus den Zahlen der Kolonne s_4 errechnet werden, indem man sie durch die Summe S_4 dieser Kolonne dividiert. Das Ergebnis lautet:

	A	B	C	D	E	F	G	H
t =	0,161	0,166	0,135	0,154	0,125	0,084	0,096	0,079

Die durchgeführte Kontrollrechnung ergibt:

	A	B	C	D	E	F	G	H
t kontr. =	0,1600	0,1664	0,1354	0,1530	0,1247	0,0847	0,0963	0,0795

Sie bestätigt, daß die korrespondierenden Zahlen fast vollkommen übereinstimmen und daß an keiner Stelle die Spanne zwischen dem t-Wert und dem entsprechenden t-kont.-Wert eines Spielers in die Spanne eines anderen Spielers fällt, so daß die errechneten Werte der Turnierleistungen genügend genau bestimmt worden sind.
Die resultierende Rangordnung ist demnach:

A	B	C	D	E	F	G	H
II	I	IV	III	V	VII	VI	VIII

Die Multiplikation der t-Werte mit der Anzahl der Turnierteilnehmer (8 Spieler) ergibt folgende abgerundeten Werte ihrer Turnierqualitäten (vgl. Abschnitt **5**):

	A	B	C	D	E	F	G	H
T =	1,29	1,33	1,08	1,23	1,00	0,67	0,77	0,63

Die Homogenität dieses Turniers (T-max./T-min.) war: 1,33/0,63 = 2,11.

---

8. Zum Abschluß sei der Inhalt der vorliegenden Arbeit kurz zusammengefaßt:
Das bei Turnieren angewandte einfache Punktsummensystem wurde seinerzeit, ohne einer kritischen Prüfung unterzogen zu werden, aus der im Zweikampf üblichen und in diesem Bereich logischen Punktzählmethode abgeleitet.
Die entstandenen, damals starken Zweifel an der Berechtigung solch einer Ausdehnung des ursprünglichen Anwendungsgebietes fanden ihren ersten Niederschlag in der Bewertungsidee von Gelbfuß. Sie bestand darin, die Spielstärke eines Turnierteilnehmers nicht einfach nach

der bloßen Anzahl seiner erzielten Partiepunkte zu beurteilen, sondern bei jedem seiner Punkte die Spielstärke seines jeweiligen Partiegegners zu berücksichtigen; so daß in den ermittelten verschiedenen Spielstärken eine individualisierte Wechselwirkung zum Ausdruck kommt. Es handelte sich also um eine wesentliche Verfeinerung des Begriffs der Spielstärke.

Dieses Prinzip wurde bisher in keinem System, auch nicht in Gelbfuß' eigenem Bewertungssystem, realisiert. Eine kurze Analyse der bei Turnieren nach dem Schweizer System häufig angewandten Methode von Buchholz weist, unter anderem, den Widersinn des Buchholzschen Systems nach.

Es wird dann eine Berechnungsmethode dargelegt, die die von Gelbfuß angestrebten logischen Zusammenhänge verwirklichen läßt und eine kompromißlose Anwendung seines Prinzips sowohl in Rundenturnieren, als auch in Turnieren nach dem Schweizer System praktisch ermöglicht.

Zuschriften an den Verfasser: Dipl.-Ing. N. Waldstein, 25, rue de Neuilly, 92 Clichy, Frankreich.